2024（令和６）年度

１日［＊］

数　　　　学

注　　　意

1．監督者の指示があるまでは，問題を見ないこと。

2．問題は声を出して読まないこと。

3．問題は10ページ，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の３問からなる。$\boxed{1}$ は解答用紙の所定欄に答えの選択肢番号１つをマークすること。$\boxed{2}$ と $\boxed{3}$ の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，数字（０～９）または符号（－）が入る。**ア**，**イ**，**ウ**，……の１つ１つは，これらのいずれか１つに対応する。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，……で示された所定欄にマークして答えよ。なお，$\boxed{2}$ と $\boxed{3}$ において，解答が分数になる場合は，既約分数で答えよ。また，根号の中は，最も小さい正の整数にせよ。

4．解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがある。

5．訂正箇所は，消しゴムで完全に消すこと。

6．問題や解答用紙に落丁，乱丁，汚損あるいは印刷不鮮明の箇所などがあれば，手をあげて監督者に申し出ること。内容に関する質問は受けつけない。

7．解答は必ず**黒色鉛筆を使用し，解答用紙に記入すること**。定規，コンパスおよび電卓の類は使用しないこと。

8．解答用紙は折ったり汚したりしないこと。

$\boxed{1}$ 次の設問(1)～(8)までの空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{タ}}$ に適するものを，選択肢から1つずつ選びなさい。

(1) 関数 $y = -2x^2 + 4x + 10$ の最大値は $\boxed{\text{ア}}$ である。また，この関数のグラフと x 軸との2つの交点をA，Bとすると，線分ABの長さは $\boxed{\text{イ}}$ である。

〔 $\boxed{\text{ア}}$ に関する選択肢〕

⓪ 4　　① 6　　② 8

③ 10　　④ 12

〔 $\boxed{\text{イ}}$ に関する選択肢〕

⓪ 6　　① 10　　② $\sqrt{6}$

③ $2\sqrt{6}$　　④ $2\sqrt{10}$

$\boxed{1}$ つづき

(2) 次のような 10 個のデータがある。

1, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 9

このデータの平均値は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，分散は $\boxed{\text{エ}}$ である。

〔$\boxed{\text{ウ}}$ に関する選択肢〕

⓪ 3.4　① 4.5　② 5

③ 5.4　④ 6

〔$\boxed{\text{エ}}$ に関する選択肢〕

⓪ 3　① 3.6　② 4.2

③ 4.8　④ 5

$\boxed{1}$ つづき

（３） 200の正の約数は，全部で $\boxed{オ}$ 個ある。

また，方程式 $xy + 2x - y = 202$ を満たす正の整数 x，y の組は，全部で $\boxed{カ}$ 組ある。

〔 $\boxed{オ}$ に関する選択肢〕

⓪ 6　　① 8　　② 10

③ 12　　④ 15

〔 $\boxed{カ}$ に関する選択肢〕

⓪ 6　　① 8　　② 10

③ 12　　④ 15

$\boxed{1}$ つづき

（4） 袋の中に赤玉３個と白玉５個があり，赤玉にはそれぞれ１，２，３，白玉にはそれぞれ１，２，３，４，５の数字が１つずつ書かれている。この袋の中から，玉を同時に２個取り出すことにする。取り出した２個の玉が同じ色である確率は $\boxed{\text{キ}}$ である。また，取り出した２個の玉が赤玉と白玉であるとき，その赤玉と白玉に書かれた数の和が偶数である条件付き確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

〔 $\boxed{\text{キ}}$ に関する選択肢〕

⓪ $\frac{3}{7}$　① $\frac{5}{7}$　② $\frac{5}{28}$

③ $\frac{9}{28}$　④ $\frac{13}{28}$

〔 $\boxed{\text{ク}}$ に関する選択肢〕

⓪ $\frac{3}{5}$　① $\frac{7}{10}$　② $\frac{4}{15}$

③ $\frac{8}{15}$　④ $\frac{15}{28}$

$\boxed{1}$ つづき

(5) x は $0 < x < \pi$ の範囲の角で，$3\cos 2x = 10\cos x + 1$ を満たす。

このとき，$\cos x = \boxed{\text{ケ}}$ である。

また，$\sin\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \boxed{\text{コ}}$ である。

〔$\boxed{\text{ケ}}$ に関する選択肢〕

⓪ $\dfrac{1}{2}$　　① $\dfrac{1}{3}$　　② $\dfrac{2}{3}$

③ $-\dfrac{1}{3}$　　④ $-\dfrac{2}{3}$

〔$\boxed{\text{コ}}$ に関する選択肢〕

⓪ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　① $\dfrac{2\sqrt{6}+1}{6}$　　② $\dfrac{2\sqrt{6}-1}{6}$

③ $\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$　　④ $\dfrac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$

1 つづき

(6) 円 $x^2+y^2=20$ と直線 $y=\dfrac{1}{2}x+a$ が接するとき，定数 a の値は

$\boxed{\text{サ}}$ である。

また，連立不等式 $\begin{cases} x^2+y^2 \leqq 20 \\ y \geqq 0 \end{cases}$ の表す領域を点 $(X,\ Y)$ が動くとき，

$X-2Y$ の最小値は $\boxed{\text{シ}}$ である。

〔 $\boxed{\text{サ}}$ に関する選択肢〕

⓪ ± 1　　① $\pm\sqrt{2}$　　② $\pm\sqrt{5}$

③ ± 5　　④ $\pm 2\sqrt{5}$

〔 $\boxed{\text{シ}}$ に関する選択肢〕

⓪ $-\sqrt{5}$　　① $-2\sqrt{5}$　　② -10

③ -15　　④ -20

$\boxed{1}$ つづき

（7） 数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると，$\{b_n\}$ は初項3，公比2の等比数列である。また，$a_1 = 5$ である。

このとき，$a_n = \boxed{\text{ス}}$ である。

また，$\sum_{k=1}^{n} a_k = \boxed{\text{セ}}$ である。

〔$\boxed{\text{ス}}$ に関する選択肢〕

⓪ $n^2 + 4$　① $2^n + 3$　② $2^{n-1} + 4$

③ $3 \cdot 2^{n-1} + 2$　④ $3 \cdot 2^{n-1} + 5$

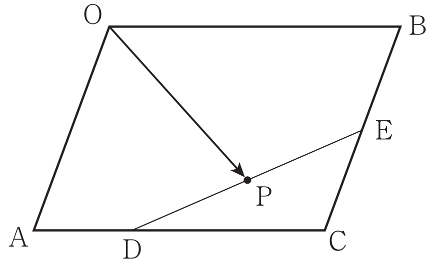
〔$\boxed{\text{セ}}$ に関する選択肢〕

⓪ $3 \cdot 2^{n-1} + 2$　① $3 \cdot 2^n - 1$　② $3 \cdot 2^n + 2n$

③ $3 \cdot 2^n + 2n - 1$　④ $3 \cdot 2^n + 2n - 3$

1 つづき

(8) 平行四辺形OACBにおいて，辺ACを１：２に内分する点をD，辺BCの中点をEとし，線分DEの中点をPとする。$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$とするとき，$\overrightarrow{OP} = \boxed{\text{ソ}}$である。



また，OA = 2，OB = 3，∠AOB = 120° のとき，OP = $\boxed{\text{タ}}$ である。

〔$\boxed{\text{ソ}}$ に関する選択肢〕

⓪ $2\vec{a} + 3\vec{b}$　① $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$　② $\frac{3}{2}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$

③ $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$　④ $\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

〔$\boxed{\text{タ}}$ に関する選択肢〕

⓪ $\frac{3}{2}$　① $\sqrt{5}$　② $\frac{\sqrt{10}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{13}}{2}$　④ $\frac{\sqrt{13}}{4}$

2 次の設問の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ， $\boxed{\text{イウ}}$ などには，数字(0～9)または符号(－)が入る。解答が分数になる場合は，既約分数で答えなさい。また，根号の中は，最も小さい正の整数にしなさい。

△ABCにおいて，AB = 3，BC = 6，CA = 5である。

辺BCの中点をDとし，3点A，B，Dを通る円と辺ACとの交点のうち，Aでない方の点をEとする。

(1) $\cos\angle ABC = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であるから，$AD = \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) $CE = \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

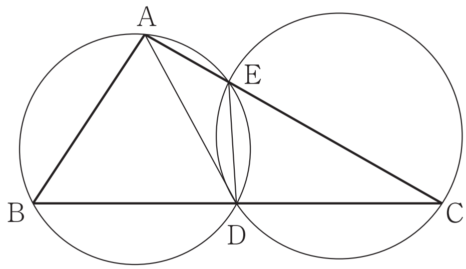
(3) △CDEにおいて，

$\sin\angle DEC = \dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

また，3点A，B，Dを通る円の半径を R_1，3点E，D，Cを通る円の半径を R_2 とすると，

$\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$

である。



3 次の設問の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ， $\boxed{\text{イウ}}$ などには，数字（0～9）または符号（－）が入る。解答が分数になる場合は，既約分数で答えなさい。また，根号の中は，最も小さい正の整数にしなさい。

原点をOとする座標平面上に，次の曲線 C と直線 l がある。

$$C : y = -\frac{1}{2}x^3 + 8x$$
$$l : y = 2x$$

(1) 曲線 C と直線 l の共有点のうち，第1象限にあるものをAとする。点Aの x 座標は $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 曲線 C の接線で直線 l に平行なもののうち，接点が第1象限にあるものを m とする。曲線 C と接線 m の接点をBとすると，点Bの x 座標は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，m の方程式は $y = \boxed{\text{エ}}\,x + \boxed{\text{オ}}$ である。

(3) (1)，(2)の点A，Bに対し，△OABの面積を S_1 とし，曲線 C の $x \geqq 0$ の部分と直線 l で囲まれた図形の面積を S_2 とする。

このとき，$\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

数学解答用紙

1日［＊］

1

(1)	ア	0	1	2	3	●
	イ	0	1	2	●	4
(2)	ウ	0	1	●	3	4
	エ	0	1	2	●	4
(3)	オ	0	1	2	●	4
	カ	0	1	●	3	4
(4)	キ	0	1	2	3	●
	ク	0	1	2	●	4
(5)	ケ	0	1	2	●	4
	コ	0	●	2	3	4
(6)	サ	0	1	2	●	4
	シ	0	1	●	3	4
(7)	ス	0	1	2	●	4
	セ	0	1	2	3	●
(8)	ソ	0	1	2	3	●
	タ	0	1	2	●	4

64点

2

(1)	ア	−	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9
	イ	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	●
	ウ	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9
	エ	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9
(2)	オ	−	0	●	2	3	4	5	6	7	8	9
	カ	−	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
	キ	−	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9
(3)	ク	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9
	ケ	−	0	●	2	3	4	5	6	7	8	9
	コ	−	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
	サ	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	●
	シ	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9
	ス	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9
	セ	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

18点

3

(1)	ア	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9
	イ	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
(2)	ウ	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9
	エ	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9
	オ	−	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
(3)	カ	−	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
	キ	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
	ク	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	●

18点