

2023（令和5）年度

2日 [ \*\* ]

数 学

注 意

1. 監督者の指示があるまでは、問題を見ないこと。
2. 問題は声を出して読まないこと。
3. 問題は10ページ、**1**、**2**、**3**の3問からなる。このうち**1**はマーク方式の問題であり、解答用紙の所定欄に答えをマークすること。**2**は5個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。**3**は4個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。なお、**2**と**3**において、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。また、解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。
4. 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがある。
5. 訂正箇所は、消しゴムで完全に消すこと。
6. 問題や解答用紙に落丁、乱丁、汚損あるいは印刷不鮮明の箇所などがあれば、手をあげて監督者に申し出ること。内容に関する質問は受けつけない。
7. 解答は必ず**黒色鉛筆**を使用し、**解答用紙に記入すること**。定規、コンパスおよび電卓の類は使用しないこと。
8. 解答用紙は折ったり汚したりしないこと。

**1** 次の設問(1)～(8)までの空欄 **1** ～ **16** に適するものを、選択肢から1つずつ選びなさい。

(1) 次のデータは4人のテストの得点である。

8, 9, 11, 12 (点)

この4人に別の1人のテストの得点を加えると、平均点は1点上がった。

このとき、新たに加わった人の得点は **1** 点である。また、この5人のテストの得点について、分散を求めると、その値は **2** である。

[ **1** に関する選択肢]

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ア 13 | イ 15 | ウ 16 |
| エ 17 | オ 19 |      |

[ **2** に関する選択肢]

- |     |     |     |
|-----|-----|-----|
| ア 0 | イ 1 | ウ 2 |
| エ 4 | オ 6 |     |

**1** つづき

(2) 不等式  $8x - 6 < 5x < 7x + 2$  の解は **3** である。また、 $a$  を 0 以上の定数とすると、不等式  $8x - a < 5x < 7x + 2$  を満たす整数  $x$  の個数が 5 個であるときの  $a$  の値の範囲は **4** である。

[ **3** に関する選択肢]

㉞  $x < -1$

㉠  $x < -1, 2 < x$

㉡  $-1 < x < 2$

㉢  $1 < x < 2$

㉣  $2 < x$

[ **4** に関する選択肢]

㉞  $9 \leq a < 12$

㉠  $9 \leq a \leq 12$

㉡  $12 < a < 15$

㉢  $12 < a \leq 15$

㉣  $12 \leq a < 15$

**1** つづき

(3) 不定方程式  $3x - 7y = 1$  を満たす整数  $x, y$  の組の中で,  $x$  が1桁の正の整数となるものを  $x = a, y = b$  とする。このとき,

$a - 3b =$   である。また, 不定方程式  $3x - 7y = 8$  を満たす整数  $x, y$  の組の中で,  $y$  が100以下の正の整数になるものは全部で  個ある。

[  に関する選択肢]

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ㉞ -9 | ㉟ -5 | ㊱ -1 |
| ㊲ 1  | ㊳ 3  |      |

[  に関する選択肢]

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ㉞ 23 | ㉟ 28 | ㊱ 30 |
| ㊲ 33 | ㊳ 34 |      |

**1** つづき

(4) 袋Aには赤玉2個と白玉1個，袋Bには赤玉2個と白玉3個が入っている。袋Aから玉を1個取り出して袋Bに入れ，よくかき混ぜて袋Bから玉を2個取り出して袋Aに入れる。このとき，袋Aの玉が赤玉だけになる確率は  である。また，袋Aと袋Bの玉がともに赤玉2個，白玉2個になる確率は  である。

[  に関する選択肢]

ア  $\frac{1}{6}$

イ  $\frac{1}{15}$

ウ  $\frac{2}{15}$

エ  $\frac{1}{30}$

オ  $\frac{1}{45}$

[  に関する選択肢]

ア  $\frac{1}{2}$

イ  $\frac{2}{5}$

ウ  $\frac{3}{5}$

エ  $\frac{2}{15}$

オ  $\frac{8}{15}$

**1** つづき

(5) 2点A(3, -1), B(2, 1) を結ぶ線分ABを2:1に外分する点をCとする。点Cと点D(-1, 1)を通る直線  $l$  の方程式は **9** である。また、直線  $l$  と円  $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 20$  の交点の座標は **10** である。

[ **9** に関する選択肢]

㉞  $y = x + 2$

㉠  $y = 2x + 3$

㉡  $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

㉢  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

㉣  $y = -\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$

[ **10** に関する選択肢]

㉞ (0, 4), (2, 6)

㉠ (2, -2), (6, -4)

㉡ (1,  $2 + \sqrt{6}$ ), (1,  $2 - \sqrt{6}$ )

㉢ ( $2 + \sqrt{2}$ ,  $4 + \sqrt{2}$ ), ( $2 - \sqrt{2}$ ,  $4 - \sqrt{2}$ )

㉣ ( $2 + \sqrt{6}$ ,  $4 + \sqrt{6}$ ), ( $2 - \sqrt{6}$ ,  $4 - \sqrt{6}$ )

**1** つづき

(6) 次の問題に答えよ。

(a)  $0 \leq x < 2\pi$  のとき、関数  $y = \sin x - \cos x$  の  $y$  のとり得る値の範囲は  である。

(b)  $0 \leq x < \pi$  のとき、 $\sin x - \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$  を満たす  $x$  の値は  である。

[  に関する選択肢 ]

㉞  $-2 \leq y \leq 2$

㉠  $-\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2}$

㉡  $-\sqrt{2} \leq y \leq 2$

㉢  $-1 \leq y \leq 1$

㉣  $0 \leq y \leq 1$

[  に関する選択肢 ]

㉞  $\frac{\pi}{12}$

㉠  $\frac{5}{12}\pi$

㉡  $\frac{\pi}{12}, \frac{5}{12}\pi$

㉢  $\frac{\pi}{12}, \frac{11}{12}\pi$

㉣  $\frac{5}{12}\pi, \frac{7}{12}\pi$

**1** つづき

(7) 数列  $-2, -1, 2, 7, 14, \dots$  について考える。この数列の第 20 項は  である。また、この数列の項で初めて 9999 以上になるのは、第  項である。

[  に関する選択肢]

- ア 322                      イ 359                      ウ 361  
エ 398                      オ 399

[  に関する選択肢]

- ア 98                      イ 99                      ウ 101  
エ 102                      オ 103



**1** つづき

(8) 座標空間において、3点A(1, 3, -3), B(2, 3, -1),  
C(0, 6, -2) を通る平面  $\alpha$  がある。 $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  の両方と垂直な単位  
ベクトルは  である。また、平面  $\alpha$  と  $x$  軸の交点の座標は  
 である。

[  に関する選択肢]

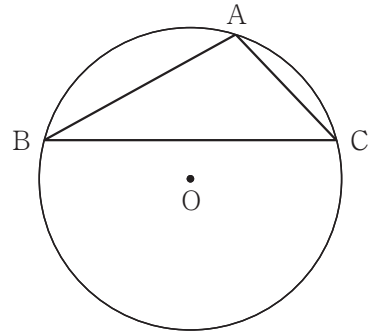
- ア (0, 0, -1), (0, 0, 1)
- イ  $(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}), (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$
- ウ  $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0), (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, 0)$
- エ  $(-\frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{6}), (\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{6}}{6})$
- オ  $(-\frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6}), (\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{6}, -\frac{\sqrt{6}}{6})$

[  に関する選択肢]

- ア (-8, 0, 0)      イ (0, 4, -8)      ウ (0, 8, -8)
- エ (4, 0, 0)      オ (8, 0, 0)

**2** 次の設問(1), (2)の空欄を, あてはまる数値で埋めなさい。空欄は全部で5箇所である。解答が分数になる場合は, 既約分数で答えよ。

$\triangle ABC$ において,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ ,  
 $CA = 2$  とする。点 $O$ は $\triangle ABC$ の外接円の中心とする。



(1)  $\cos \angle BAC =$   であり,  
 $\triangle ABC$ の面積は  である。  
また,  $\triangle ABC$ の外接円の半径は  
 である。

(2) 直線 $AO$ と $\triangle ABC$ の外接円の交点のうち,  $A$ でない方を $D$ とする。このとき,  $BD =$   であり,  $\triangle BDC$ の面積は  である。

**3** 次の設問(1)～(3)までの空欄を、あてはまる数値で埋めなさい。空欄は全部で4箇所である。解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。

3次関数  $f(x) = 4x^3 - 12x + 8$  がある。

(1)  $-3 \leq x \leq 2$  における、関数  $f(x)$  の最大値は  , 最小値は  である。

(2)  $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた図形の面積は  である。

(3)  $\int_{-3}^0 |4x^3 - 12x + 8| dx =$   である。

1	(1)	1	㊦	●	㊦	㊦	㊦
		2	㊦	㊦	㊦	㊦	●
(2)	3	㊦	㊦	●	㊦	㊦	
	4	㊦	㊦	㊦	●	㊦	
(3)	5	㊦	㊦	●	㊦	㊦	
	6	㊦	㊦	㊦	㊦	●	

(4)	7	㊦	㊦	㊦	㊦	●
	8	㊦	㊦	㊦	㊦	●
(5)	9	●	㊦	㊦	㊦	㊦
	10	㊦	㊦	㊦	㊦	●
(6)	11	㊦	●	㊦	㊦	㊦
	12	●	㊦	㊦	㊦	㊦

(7)	13	㊦	●	㊦	㊦	㊦
	14	㊦	㊦	㊦	●	㊦
(8)	15	㊦	㊦	㊦	㊦	●
	16	㊦	㊦	㊦	●	㊦

64点

2	(1)	1	$-\frac{1}{4}$	2	$\frac{3\sqrt{15}}{4}$
		3	$\frac{8\sqrt{15}}{15}$		

(2)	4	$\frac{11\sqrt{15}}{15}$	5	$\frac{77\sqrt{15}}{60}$
-----	---	--------------------------	---	--------------------------

18点

3 はこの解答用紙の裏面に記せ。

3

(1)

1	2
16	-64

(2)

3
27

(3)

4
51

18点