

2023（令和5）年度

1日[*]

数 学

注 意

1. 監督者の指示があるまでは、問題を見ないこと。
2. 問題は声を出して読まないこと。
3. 問題は10ページ、**1**、**2**、**3**の3問からなる。このうち**1**はマーク方式の問題であり、解答用紙の所定欄に答えをマークすること。**2**は3個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。**3**は7個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。なお、**2**と**3**において、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。また、解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。
4. 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがある。
5. 訂正箇所は、消しゴムで完全に消すこと。
6. 問題や解答用紙に落丁、乱丁、汚損あるいは印刷不鮮明の箇所などがあれば、手をあげて監督者に申し出ること。内容に関する質問は受けつけない。
7. 解答は必ず**黒色鉛筆**を使用し、**解答用紙**に記入すること。定規、コンパスおよび電卓の類は使用しないこと。
8. 解答用紙は折ったり汚したりしないこと。

1 次の設問(1)～(8)までの空欄 **1** ～ **16** に適するものを、選択肢から1つずつ選びなさい。

(1) 2つの正の整数 a, b ($a < b$) の積が1280, 最小公倍数が160であるとき, a, b の最大公約数は **1** である。また, このような正の整数 a, b の組は全部で **2** 通りある。

[**1** に関する選択肢]

- Ⓐ 4 Ⓘ 8 Ⓞ 10
Ⓔ 16 Ⓚ 32

[**2** に関する選択肢]

- Ⓐ 1 Ⓘ 2 Ⓞ 3
Ⓔ 4 Ⓚ 6

1 つづき

(2) $x = \frac{\sqrt{11} + 3}{\sqrt{11} - 3}$ のとき, $x + \frac{1}{x} =$ であり,

$x^2 + \frac{1}{x^2} =$ である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ 1 Ⓘ 20 Ⓞ $\sqrt{11}$
Ⓔ $6\sqrt{11}$ Ⓚ $10 + 6\sqrt{11}$

[に関する選択肢]

- Ⓐ 8 Ⓘ 200 Ⓞ 398
Ⓔ 400 Ⓚ 402

1 つづき

(3) a を定数とする。2次関数 $y = ax^2 + 2ax - 4a^2 + a + 5$ のグラフの頂点の座標は、 である。また、この関数の最大値が1となるときの a の値は である。

[に関する選択肢]

㉞ $(-1, -4a^2 + 5)$

㉟ $(-1, 4a^2 - 5)$

㊱ $(1, -4a^2 - 5)$

㊲ $(1, -4a^2 + 5)$

㊳ $(1, 4a^2 - 5)$

[に関する選択肢]

㉞ -1

㉟ 2

㊱ 5

㊲ $-2, 2$

㊳ $-1, 1$

1 つづき

(4) $2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) を満たす $\sin \theta$ の値は **7** である。また、この方程式を満たす θ の値は全部で **8** 個ある。

[**7** に関する選択肢]

- Ⓐ $1, \frac{1}{2}$ ① $1, \frac{1}{\sqrt{2}}$ ㉔ $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}$
Ⓔ $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}$

[**8** に関する選択肢]

- Ⓐ 0 ① 1 ㉔ 2
Ⓔ 3 ② 4

1 つづき

(5) 不等式 $4^x - 3 \times 2^{x+2} + 32 \geq 0$ の解は **9** であり,

連立不等式 $\begin{cases} 4^x - 3 \times 2^{x+2} + 32 \geq 0 \\ \log_2(x-1) \leq \log_4 9 \end{cases}$ の解は **10** である。

[**9** に関する選択肢]

- Ⓐ $0 \leq x \leq 4, 8 \leq x$
- Ⓑ $x \leq 2, 3 \leq x$
- Ⓒ $4 \leq x \leq 8$
- Ⓓ $0 < x \leq 4, 8 \leq x$
- Ⓔ $2 \leq x \leq 3$

[**10** に関する選択肢]

- Ⓐ $0 < x \leq 4$
- Ⓑ $1 \leq x \leq 4$
- Ⓒ $x \leq 4$
- Ⓓ $1 < x \leq 2, 3 \leq x \leq 4$
- Ⓔ $x \leq 2, 3 \leq x \leq 4$

1 つづき

(6) 等式 $f(x) = x^3 + \int_0^2 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ の式は,

$f(x) =$ である。また, $y = f(x)$ のグラフと $y = 3x - a$ のグラフの共有点の個数が2個であるとき, a の値は である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ $3x^2 - 4$ ① $3x^2 + 2x$ ㊦ $x^3 - 4$
Ⓔ $x^3 + 2$ ② $x^3 + 2x$

[に関する選択肢]

- Ⓐ $-2, 2$ ① $-1, 1$ ㊦ $1, 2$
Ⓔ $1, 6$ ② $2, 6$

1 つづき

(7) 数列 $\{a_n\}$ は, $a_1 = 0$, $a_{n+1} - 2a_n - 2 = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる。このとき, 数列 $\{a_n\}$ の一般項は, $a_n =$ で

ある。また, $\sum_{k=1}^n a_k =$ である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ $2^{n-1} - 2$ ㉠ 2^{n-1} ㉡ $2^{n-1} + 2$
Ⓔ $2^n - 2$ ㉢ 2^n

[に関する選択肢]

- Ⓐ $2^{n-1} + 2n - 2$ ㉠ $2^n - 2n - 2$ ㉡ $2^n - 2n + 2$
Ⓔ $2^{n+1} - 2n - 2$ ㉢ $2^{n+1} + 2n + 2$

1 つづき

(8) $OA = 1$, $OB = 2$, $\angle AOB = 120^\circ$ である $\triangle OAB$ において, 辺 AB を $3:4$ に内分する点を C とするとき, $|\vec{OC}| = \boxed{15}$ である。また, 点 C から辺 OA に引いた垂線を CD とするとき, $OD:DA = \boxed{16}$ である。

[$\boxed{15}$ に関する選択肢]

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-----------------|
| ㉞ 1 | ㉠ $\frac{4}{7}$ | ㉡ $\frac{9}{7}$ |
| ㉟ $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ | ㉢ $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ | |

[$\boxed{16}$ に関する選択肢]

- | | | |
|-------|--------|-------|
| ㉞ 1:1 | ㉠ 1:6 | ㉡ 1:7 |
| ㉟ 6:7 | ㉢ 7:13 | |

2 次の設問の空欄を、あてはまる数値で埋めなさい。空欄は全部で3箇所である。

数字が書かれた5枚のカード がある。

このカードを並べてできる5桁の整数は全部で 通りある。

さらに のカードを加えた6枚のカード で整数をつくる。

6枚のカードを並べてできる6桁の整数は全部で 通りあり、そのうち偶数は全部で 通りできる。

3 次の設問(1)～(3)までの空欄を、あてはまる数値や記号で埋めなさい。空欄は全部で7箇所である。解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。

円 $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 36 = 0$ について、次の問いに答えなさい。

(1) この円の中心の座標は $(x, y) = ($ $,$ $)$ 、半径は である。

(2) この円と直線 $2x - y - 3 = 0$ の交点を A, B とするとき、弦 AB の長さは である。

(3) この円と外接し、 y 軸と点 $(0, 2)$ で接する円の中心の座標は $(x, y) = ($ $,$ $)$ 、半径は である。

1	(1)	1	㊦ ● ㊦ ㊦ ㊦
		2	㊦ ● ㊦ ㊦ ㊦
(2)	3	㊦ ● ㊦ ㊦ ㊦	
	4	㊦ ㊦ ● ㊦ ㊦	
(3)	5	● ㊦ ㊦ ㊦ ㊦	
	6	● ㊦ ㊦ ㊦ ㊦	

(4)	7	● ㊦ ㊦ ㊦ ㊦
	8	㊦ ㊦ ㊦ ● ㊦
(5)	9	㊦ ㊦ ● ㊦ ㊦
	10	㊦ ● ㊦ ㊦ ㊦
(6)	11	㊦ ㊦ ● ㊦ ㊦
	12	㊦ ㊦ ㊦ ㊦ ●

(7)	13	㊦ ㊦ ㊦ ● ㊦
	14	㊦ ㊦ ㊦ ● ㊦
(8)	15	㊦ ㊦ ㊦ ● ㊦
	16	㊦ ● ㊦ ㊦ ㊦

64点

2	1	30
---	---	----

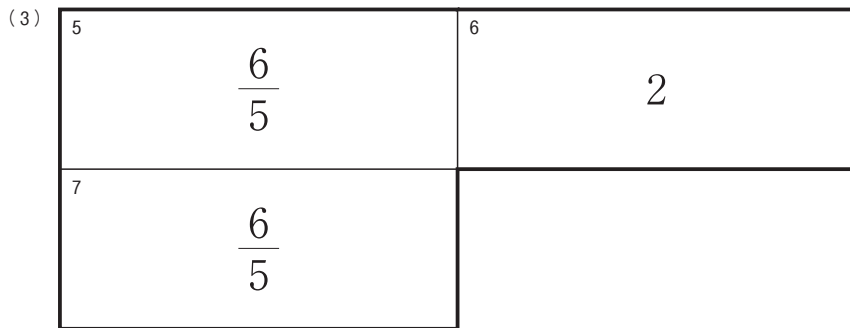
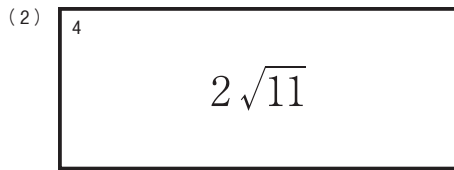
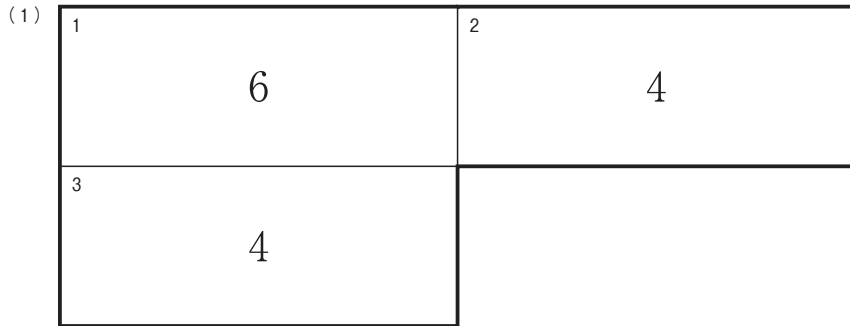
2	2	150
---	---	-----

2	3	54
---	---	----

18点

3 はこの解答用紙の裏面に記せ。

3



18点