

2022（令和4）年度

1日[*]

数 学

注 意

1. 監督者の指示があるまでは、問題を見ないこと。
2. 問題は声を出して読まないこと。
3. 問題は10ページ、**1**、**2**、**3**の3問からなる。このうち**1**はマーク方式の問題であり、解答用紙の所定欄に答えをマークすること。**2**は4個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。**3**は4個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。
4. 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがある。
5. 訂正箇所は、消しゴムで完全に消すこと。
6. 問題や解答用紙に落丁、乱丁、汚損あるいは印刷不鮮明の箇所などがあれば、手をあげて監督者に申し出ること。内容に関する質問は受けつけない。
7. 解答は必ず**鉛筆**を使用し、**解答用紙**に記入すること。定規、コンパスおよび電卓の類は使用しないこと。
8. 解答用紙は折ったり汚したりしないこと。

1 次の設問(1)～(8)までの空欄 **1** ～ **16** に適するものを、選択肢から1つずつ選びなさい。

(1) 不等式 $\frac{4}{3}x - 2 < 2(x + 1)$ の解は **1** であり、

不等式 $\frac{4}{3}x - 2 < 2(x + 1) \leq 3x + 7$ の解は **2** である。

[**1** に関する選択肢]

- Ⓐ $x < -6$ ㉑ $x < -4$ ㉒ $x < 6$
Ⓔ $x > -6$ ㉓ $x > -4$

[**2** に関する選択肢]

- Ⓐ $x \geq -\frac{27}{5}$ ㉑ $x \geq -5$ ㉒ $x > -4$
Ⓔ $-6 < x \leq -5$ ㉓ $-5 < x \leq -4$

1 つづき

(2) a を定数とする。2 次関数 $y = 2x^2 - 2ax + 3a^2 + 3a$ が $x = -1$ で最小となるとき、最小値は である。また、2 次関数 $y = 2x^2 - 2ax + 3a^2 + 3a$ のグラフの頂点が、直線 $y = 3x + 1$ 上にあるように、正の定数 a の値を定めると である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ -2 ㉠ -1 ㉡ 4
Ⓑ 5 ㉢ 17

[に関する選択肢]

- Ⓐ $a = \frac{1}{5}$ ㉠ $a = \frac{2}{5}$ ㉡ $a = 1$
Ⓑ $a = 2$ ㉢ $a = -3 + \sqrt{10}$

1 つづき

(3) 平行四辺形ABCDにおいて、 $AB = 4$ 、 $BC = 5$ 、 $\angle DAB = 120^\circ$ とすると、対角線BDの長さは であり、平行四辺形ABCDの面積は である。

[に関する選択肢]

- ア $\sqrt{21}$ イ $\sqrt{31}$ ウ $\sqrt{41}$
エ $\sqrt{51}$ オ $\sqrt{61}$

[に関する選択肢]

- ア $5\sqrt{2}$ イ $5\sqrt{3}$ ウ 10
エ $10\sqrt{2}$ オ $10\sqrt{3}$

1 つづき

(4) 2700の正の約数は、全部で 個ある。また、2700の正の約数のうち5の倍数であるものの個数は 個である。

[に関する選択肢]

- | | | |
|------|------|------|
| ア 10 | イ 12 | ウ 24 |
| エ 36 | オ 48 | |

[に関する選択肢]

- | | | |
|------|------|-----|
| ア 6 | イ 8 | ウ 9 |
| エ 12 | オ 24 | |

1 つづき

(5) 方程式 $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$ が表す円の中心の座標と半径は である。また、点 $P(x, y)$ がこの円の周上を動くとき、 $x^2 + y^2$ の値の最大値は である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ 中心の座標 $(-3, 4)$, 半径 3
- Ⓘ 中心の座標 $(-3, 4)$, 半径 9
- Ⓢ 中心の座標 $(3, -4)$, 半径 3
- Ⓔ 中心の座標 $(3, -4)$, 半径 9
- Ⓝ 中心の座標 $(6, -8)$, 半径 4

[に関する選択肢]

- Ⓐ 8
- Ⓘ 25
- Ⓢ 36
- Ⓔ 64
- Ⓝ 81

1 つづき

(6) $3^a = 2$, $3^b = 5$ とするとき, $\log_3 250$, $\log_{15} \sqrt[3]{10}$ を a , b を用いて表すと, $\log_3 250 = \boxed{11}$, $\log_{15} \sqrt[3]{10} = \boxed{12}$ である。

[$\boxed{11}$ に関する選択肢]

- Ⓐ $3ab$ ㉠ ab^3 ㉡ $a + 3b$
Ⓔ $a + b^3$ ㉢ $\frac{3b + 1}{a}$

[$\boxed{12}$ に関する選択肢]

- Ⓐ $\frac{a + b}{3b + 1}$ ㉠ $\frac{3b + 1}{a + b}$ ㉡ $\frac{3b + 3}{a + b}$
Ⓔ $\frac{a + b}{3b + 3}$ ㉢ $\frac{b + 1}{3a + 3b}$

1 つづき

(7) 関数 $f(x)$ は, $f(x) = \int_1^x (-3t^2 + 12t - 9) dt$ と表される。このとき,

$f(x) =$ である。また, 関数 $f(x)$ の $0 \leq x \leq 5$ における最小値は である。

[に関する選択肢]

㉞ $-x^3 + 6x^2 - 9x - 4$

㉠ $-x^3 + 6x^2 - 9x + 4$

㉡ $-3x^3 + 6x^2 - 9x - 4$

㉢ $-3x^3 + 6x^2 - 9x + 4$

㉣ $-3x^2 + 12x - 9$

[に関する選択肢]

㉞ -24

㉠ -16

㉡ -4

㉢ 0

㉣ 4

1 つづき

(8) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

数列 $\{a_n\}$ の一般項は, $a_n =$ である。また, 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 20 項までの和は である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ $2n - 1$ ㉠ $n^2 - n$ ㉡ $n^2 - n + 1$
Ⓔ $n^2 + n - 1$ ㉢ $2n^2 - 1$

[に関する選択肢]

- Ⓐ 400 ㉠ 1540 ㉡ 2660
Ⓔ 2680 ㉢ 2870

2 次の設問(1)～(3)までの空欄を、あてはまる数値や記号で埋めなさい。空欄は全部で4箇所である。解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。

袋Aには赤玉1個、白玉2個が、袋Bには赤玉4個、白玉1個がそれぞれ入っている。いま、袋Aの中から玉を1個取り出し、玉の色を調べずに袋Bの中に入れ、よくかき混ぜて、袋Bの6個の玉の中から2個の玉を取り出すという試行を行う。

(1) 袋Aから袋Bへ移した玉が赤玉であり、かつ袋Bから取り出した玉が2個とも赤玉である確率は である。

(2) 袋Bから取り出した玉が2個とも白玉である確率は である。
また、袋Bから取り出した玉の中に赤玉が含まれる確率は である。

(3) 袋Bから取り出した玉が2個とも赤玉であったとき、袋Aから袋Bへ移した玉が赤玉であった条件付き確率は である。

3 次の設問(1)～(3)までの空欄を、あてはまる数値や記号で埋めなさい。空欄は全部で4箇所である。解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。また、比で解答が求められている場合には、最も簡単な整数の比で答えよ。

$\triangle ABC$ とその内部の点Pについて、等式 $2\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ が成り立っている。直線APと辺BCの交点をDとする。

(1) \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} を用いて表すと、 $\overrightarrow{AP} = \boxed{1}$ である。

(2) \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{AD} を用いて表すと、 $\overrightarrow{AP} = \boxed{2}$ である。

(3) $AP:PD = \boxed{3}$, $BD:DC = \boxed{4}$ である。

1	(1)	1	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
		2	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
(2)	3	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩	
	4	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩	
(3)	5	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●	
	6	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●	

(4)	7	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
	8	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●
(5)	9	● ㊦ ㊧ ㊨ ㊩
	10	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
(6)	11	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩
	12	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩

(7)	13	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
	14	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
(8)	15	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩
	16	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩

64点

2 (1)

1	$\frac{2}{9}$
---	---------------

(2)

2	3
$\frac{2}{45}$	$\frac{43}{45}$

(3)

4	$\frac{5}{11}$
---	----------------

18点

3 はこの解答用紙の裏面に記せ。

3

(1)

1

$$\frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

(2)

2

$$\frac{2}{3} \overrightarrow{AD}$$

(3)

3

2 : 1

4

3 : 1

18点