

2021（令和3）年度

1日[*]

数 学

注 意

1. 監督者の指示があるまでは、問題を見ないこと。
2. 問題は声を出して読まないこと。
3. 問題は10ページ、**1**、**2**、**3**の3問からなる。このうち**1**はマーク方式の問題であり、解答用紙の所定欄に答えをマークすること。**2**は3個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。**3**は3個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。なお、**2**と**3**において、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。また、解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。
4. 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがある。
5. 訂正箇所は、消しゴムで完全に消すこと。
6. 問題や解答用紙に落丁、乱丁、汚損あるいは印刷不鮮明の箇所などがあれば、手をあげて監督者に申し出ること。内容に関する質問は受けつけない。
7. 解答は必ず**鉛筆を使用し、解答用紙に記入すること**。定規、コンパスおよび電卓の類は使用しないこと。
8. 解答用紙は折ったり汚したりしないこと。

1 次の設問(1)～(8)までの空欄 **1** ～ **16** に適するものを、選択肢から1つずつ選びなさい。

(1) $4 + \sqrt{15}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a =$ **1**

であり、 $b + \frac{1}{b} =$ **2** である。

[**1** に関する選択肢]

- Ⓐ 3 ① 5 ㊦ 6
Ⓔ 7 ② 8

[**2** に関する選択肢]

- Ⓐ -8 ① $\frac{7\sqrt{15} - 15}{6}$ ㊦ $\frac{7\sqrt{15} - 21}{6}$
Ⓔ $\frac{15\sqrt{15} - 13}{14}$ ② $\frac{15\sqrt{15} - 15}{14}$

1 つづき

(2) a と b は定数とする。2次関数 $y = x^2 - 2(a - 1)x - 2a^2 + 9$ のグラフが x 軸と共有点をもつとき、 a の値の範囲は、**3** である。また、2次関数 $y = x^2 - 2(a - 1)x - 2a^2 + 9$ のグラフを y 軸方向に b だけ平行移動すると、点 $(-2, 0)$ で x 軸と接するとき、 a, b の値は **4** である。

[**3** に関する選択肢]

ア $-5 \leq a \leq 2$

イ $-\frac{4}{3} \leq a \leq 2$

ウ $a \leq -\frac{4}{3}, 2 \leq a$

エ $-1 - \sqrt{10} \leq a \leq -1 + \sqrt{10}$

オ $a \leq -1 - \sqrt{10}, -1 + \sqrt{10} \leq a$

[**4** に関する選択肢]

ア $a = -1, b = -11$

イ $a = -1, b = -3$

ウ $a = 1, b = -7$

エ $a = 3, b = -13$

オ $a = 3, b = 13$

1 つづき

(3) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 5$ のとき、

$\sin \theta \cos \theta = \boxed{5}$ であり、 $\sin \theta + \cos \theta = \boxed{6}$ である。

[$\boxed{5}$ に関する選択肢]

ア $\frac{1}{3}$

イ $\frac{1}{4}$

ウ $\frac{1}{5}$

エ $\frac{2}{5}$

オ $\frac{3}{5}$

[$\boxed{6}$ に関する選択肢]

ア $\frac{6}{5}$

イ $\frac{7}{5}$

ウ $\frac{\sqrt{15}}{5}$

エ $\frac{\sqrt{30}}{5}$

オ $\frac{\sqrt{35}}{5}$

1 つづき

(4) a, b を正の整数とする。 a を6で割ると5余り, $a^2 + b$ を6で割ると4余る。このとき, b を6で割ったときの余りは であり, $a^2 - b^2$ を6で割ったときの余りは である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ 1 Ⓘ 2 Ⓤ 3
Ⓔ 4 Ⓧ 5

[に関する選択肢]

- Ⓐ 1 Ⓘ 2 Ⓤ 3
Ⓔ 4 Ⓧ 5

1 つづき

(5) 点 $(-3, 7)$ を中心として、直線 $l: 4x - 3y + 8 = 0$ に接する円 C の半径は である。また、直線 l に関して円 C と対称な円の中心の座標は である。

[に関する選択肢]

- | | | |
|------------------------|--------------------------|------------------|
| ㉞ 5 | ㉠ $\frac{1}{5}$ | ㉡ $\frac{42}{5}$ |
| ㉟ $\frac{\sqrt{7}}{7}$ | ㉢ $\frac{25\sqrt{7}}{7}$ | |

[に関する選択肢]

- | | | |
|-------------|-------------|------------|
| ㉞ $(1, 4)$ | ㉠ $(4, 2)$ | ㉡ $(5, 1)$ |
| ㉟ $(6, -1)$ | ㉢ $(9, -2)$ | |

1 つづき

(6) x は正の実数であり, $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = 3$ を満たすとする。このとき,
 $x + x^{-1} =$ であり, $x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{3}{2}} =$ である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ 7 ㉠ 8 ㉡ 9
Ⓑ 10 ㉢ 11

[に関する選択肢]

- Ⓐ 18 ㉠ 24 ㉡ 27
Ⓑ 30 ㉢ 36

1 つづき

(7) 関数 $y = x^3 - 7x^2 + 8x + 4$ のグラフは x 軸の負の部分と点 13 で交わる。また、この関数が $x = \alpha$ で極大値、 $x = \beta$ で極小値をとるとき、 α, β の値は 14 である。

[13 に関する選択肢]

- ㉞ $(-2, 0)$
- ㉟ $\left(\frac{-5 - \sqrt{33}}{2}, 0 \right)$
- ㊱ $\left(\frac{5 - \sqrt{33}}{2}, 0 \right)$
- ㊲ $(-2, 0), \left(\frac{-5 - \sqrt{33}}{2}, 0 \right)$
- ㊳ $(-2, 0), \left(\frac{5 - \sqrt{33}}{2}, 0 \right)$

[14 に関する選択肢]

- ㉞ $\alpha = 4, \beta = \frac{2}{3}$
- ㉟ $\alpha = \frac{2}{3}, \beta = 4$
- ㊱ $\alpha = -4, \beta = -\frac{2}{3}$
- ㊲ $\alpha = -\frac{2}{3}, \beta = -4$
- ㊳ $\alpha = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3}, \beta = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}$

1 つづき

(8) 等差数列 $\{a_n\}$ の第 10 項が 57, 第 15 項が 22 であるとき, 初項 a_1 は である。また, 初項 a_1 から第 n 項までの和を S_n とするとき, S_n の最大値は である。

[に関する選択肢]

- Ⓐ -6 Ⓘ 120 Ⓞ 122
Ⓔ 127 Ⓚ 240

[に関する選択肢]

- Ⓐ 1082 Ⓘ 1089 Ⓞ 1096
Ⓔ 1209 Ⓚ 1216

2 次の設問(1)～(3)までの空欄を、あてはまる数値や記号、式で埋めなさい。
空欄は全部で3箇所である。

袋の中に赤玉、青玉が5個ずつ、計10個の玉があり、それぞれの色の玉に1から5までの数字が1つずつ書いてある。この10個の玉が入った袋から同時に3個の玉を取り出す。

(1) 取り出した3個の玉がすべて同じ色である確率は である。

(2) 取り出した3個の玉に書かれた数字がすべて異なる確率は である。

(3) 取り出した3個の玉に赤玉も青玉もあることがわかっているとき、それらの取り出した3個の玉に書かれた数字がすべて異なる条件付き確率は である。

- 3** 次の設問(1)～(3)までの空欄を、あてはまる数値や記号、式で埋めなさい。
空欄は全部で3箇所である。

$OA = 4$, $OB = 3$, $\angle AOB = 60^\circ$ の平行四辺形 $OACB$ において, $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とする。また, 辺 OA の中点を D , 線分 CD を $1:2$ に内分する点を E とする。

- (1) \vec{OE} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表すと,

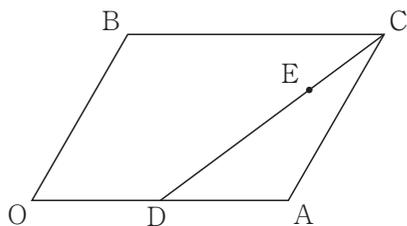
$$\vec{OE} = \boxed{1} \text{ である。}$$

- (2) 直線 OE と辺 AC の交点を F とする。

\vec{OF} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表すと,

$$\vec{OF} = \boxed{2} \text{ である。}$$

- (3) $|\vec{AE}| = \boxed{3}$ である。



1	(1)	1	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
		2	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
(2)	3	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩	
	4	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩	
(3)	5	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩	
	6	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●	

(4)	7	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩
	8	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
(5)	9	● ㊧ ㊨ ㊩ ㊦
	10	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩
(6)	11	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●
	12	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●

(7)	13	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩
	14	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
(8)	15	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
	16	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩

64点

2 (1)

1	$\frac{1}{6}$
---	---------------

(2)

2	$\frac{2}{3}$
---	---------------

(3)

3	$\frac{3}{5}$
---	---------------

18点

3はこの解答用紙の裏面に記せ。

3

(1)

1

$$\frac{5}{6}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$$

(2)

2

$$\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$$

(3)

3

$$\frac{2\sqrt{7}}{3}$$

18点