

2021（令和3）年度

1日[\*]

数 学

注 意

1. 監督者の指示があるまでは、問題を見ないこと。
2. 問題は声を出して読まないこと。
3. 問題は10ページ、**1**、**2**、**3**の3問からなる。このうち**1**はマーク方式の問題であり、解答用紙の所定欄に答えをマークすること。**2**は3個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。**3**は3個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。なお、**2**と**3**において、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。また、解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。
4. 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがある。
5. 訂正箇所は、消しゴムで完全に消すこと。
6. 問題や解答用紙に落丁、乱丁、汚損あるいは印刷不鮮明の箇所などがあれば、手をあげて監督者に申し出ること。内容に関する質問は受けつけない。
7. 解答は必ず**鉛筆を使用し、解答用紙に記入すること**。定規、コンパスおよび電卓の類は使用しないこと。
8. 解答用紙は折ったり汚したりしないこと。

**1** 次の設問(1)～(8)までの空欄 **1** ～ **16** に適するものを、選択肢から1つずつ選びなさい。

(1)  $4 + \sqrt{15}$  の整数部分を  $a$ 、小数部分を  $b$  とするとき、 $a =$  **1**

であり、 $b + \frac{1}{b} =$  **2** である。

[ **1** に関する選択肢]

- Ⓐ 3                      ① 5                      ㊦ 6  
Ⓔ 7                      ② 8

[ **2** に関する選択肢]

- Ⓐ  $-8$                       ①  $\frac{7\sqrt{15} - 15}{6}$                       ㊦  $\frac{7\sqrt{15} - 21}{6}$   
Ⓔ  $\frac{15\sqrt{15} - 13}{14}$                       ②  $\frac{15\sqrt{15} - 15}{14}$

**1** つづき

(2)  $a$  と  $b$  は定数とする。2次関数  $y = x^2 - 2(a - 1)x - 2a^2 + 9$  のグラフが  $x$  軸と共有点をもつとき、 $a$  の値の範囲は、**3** である。また、2次関数  $y = x^2 - 2(a - 1)x - 2a^2 + 9$  のグラフを  $y$  軸方向に  $b$  だけ平行移動すると、点  $(-2, 0)$  で  $x$  軸と接するとき、 $a, b$  の値は **4** である。

[ **3** に関する選択肢 ]

ア  $-5 \leq a \leq 2$

イ  $-\frac{4}{3} \leq a \leq 2$

ウ  $a \leq -\frac{4}{3}, 2 \leq a$

エ  $-1 - \sqrt{10} \leq a \leq -1 + \sqrt{10}$

オ  $a \leq -1 - \sqrt{10}, -1 + \sqrt{10} \leq a$

[ **4** に関する選択肢 ]

ア  $a = -1, b = -11$

イ  $a = -1, b = -3$

ウ  $a = 1, b = -7$

エ  $a = 3, b = -13$

オ  $a = 3, b = 13$

**1** つづき

(3)  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  とする。  $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 5$  のとき、

$\sin \theta \cos \theta =$   であり、  $\sin \theta + \cos \theta =$   である。

[  に関する選択肢 ]

㉞  $\frac{1}{3}$

㉟  $\frac{1}{4}$

㊱  $\frac{1}{5}$

㉚  $\frac{2}{5}$

㉛  $\frac{3}{5}$

[  に関する選択肢 ]

㉜  $\frac{6}{5}$

㉝  $\frac{7}{5}$

㉞  $\frac{\sqrt{15}}{5}$

㉟  $\frac{\sqrt{30}}{5}$

㊱  $\frac{\sqrt{35}}{5}$

**1** つづき

(4)  $a, b$  を正の整数とする。 $a$  を6で割ると5余り,  $a^2 + b$  を6で割ると4余る。このとき,  $b$  を6で割ったときの余りは  であり,  $a^2 - b^2$  を6で割ったときの余りは  である。

[  に関する選択肢]

- Ⓐ 1                      Ⓘ 2                      Ⓤ 3  
Ⓔ 4                      Ⓧ 5

[  に関する選択肢]

- Ⓐ 1                      Ⓘ 2                      Ⓤ 3  
Ⓔ 4                      Ⓧ 5

**1** つづき

(5) 点  $(-3, 7)$  を中心として、直線  $l: 4x - 3y + 8 = 0$  に接する円  $C$  の半径は  である。また、直線  $l$  に関して円  $C$  と対称な円の中心の座標は  である。

[  に関する選択肢 ]

- |                        |                          |                  |
|------------------------|--------------------------|------------------|
| ㉞ 5                    | ㉠ $\frac{1}{5}$          | ㉡ $\frac{42}{5}$ |
| ㉟ $\frac{\sqrt{7}}{7}$ | ㉢ $\frac{25\sqrt{7}}{7}$ |                  |

[  に関する選択肢 ]

- |             |             |            |
|-------------|-------------|------------|
| ㉞ $(1, 4)$  | ㉠ $(4, 2)$  | ㉡ $(5, 1)$ |
| ㉟ $(6, -1)$ | ㉢ $(9, -2)$ |            |

**1** つづき

(6)  $x$  は正の実数であり,  $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = 3$  を満たすとする。このとき,  
 $x + x^{-1} = \boxed{11}$  であり,  $x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{3}{2}} = \boxed{12}$  である。

[  $\boxed{11}$  に関する選択肢]

- ア 7                      イ 8                      ウ 9  
エ 10                      オ 11

[  $\boxed{12}$  に関する選択肢]

- ア 18                      イ 24                      ウ 27  
エ 30                      オ 36

**1** つづき

(7) 関数  $y = x^3 - 7x^2 + 8x + 4$  のグラフは  $x$  軸の負の部分と点 13 で交わる。また、この関数が  $x = \alpha$  で極大値、 $x = \beta$  で極小値をとるとき、 $\alpha, \beta$  の値は 14 である。

[ 13 に関する選択肢]

- ㉞  $(-2, 0)$
- ㉟  $\left( \frac{-5 - \sqrt{33}}{2}, 0 \right)$
- ㊱  $\left( \frac{5 - \sqrt{33}}{2}, 0 \right)$
- ㊲  $(-2, 0), \left( \frac{-5 - \sqrt{33}}{2}, 0 \right)$
- ㊳  $(-2, 0), \left( \frac{5 - \sqrt{33}}{2}, 0 \right)$

[ 14 に関する選択肢]

- ㉞  $\alpha = 4, \beta = \frac{2}{3}$
- ㉟  $\alpha = \frac{2}{3}, \beta = 4$
- ㊱  $\alpha = -4, \beta = -\frac{2}{3}$
- ㊲  $\alpha = -\frac{2}{3}, \beta = -4$
- ㊳  $\alpha = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3}, \beta = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}$



**1** つづき

(8) 等差数列  $\{a_n\}$  の第 10 項が 57, 第 15 項が 22 であるとき, 初項  $a_1$  は  である。また, 初項  $a_1$  から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とするとき,  $S_n$  の最大値は  である。

[  に関する選択肢]

- |       |       |       |
|-------|-------|-------|
| Ⓐ -6  | Ⓘ 120 | Ⓤ 122 |
| Ⓔ 127 | Ⓚ 240 |       |

[  に関する選択肢]

- |        |        |        |
|--------|--------|--------|
| Ⓐ 1082 | Ⓘ 1089 | Ⓤ 1096 |
| Ⓔ 1209 | Ⓚ 1216 |        |

**2** 次の設問(1)～(3)までの空欄を、あてはまる数値や記号、式で埋めなさい。  
空欄は全部で3箇所である。

袋の中に赤玉、青玉が5個ずつ、計10個の玉があり、それぞれの色の玉に1から5までの数字が1つずつ書いてある。この10個の玉が入った袋から同時に3個の玉を取り出す。

(1) 取り出した3個の玉がすべて同じ色である確率は  である。

(2) 取り出した3個の玉に書かれた数字がすべて異なる確率は  である。

(3) 取り出した3個の玉に赤玉も青玉もあることがわかっているとき、それらの取り出した3個の玉に書かれた数字がすべて異なる条件付き確率は  である。

- 3** 次の設問(1)～(3)までの空欄を、あてはまる数値や記号、式で埋めなさい。  
空欄は全部で3箇所である。

$OA = 4$ ,  $OB = 3$ ,  $\angle AOB = 60^\circ$  の平行四辺形  $OACB$  において,  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$  とする。また, 辺  $OA$  の中点を  $D$ , 線分  $CD$  を  $1:2$  に内分する点を  $E$  とする。

- (1)  $\vec{OE}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表すと,

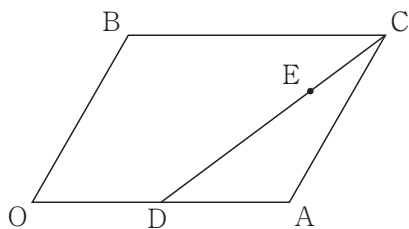
$$\vec{OE} = \boxed{1} \text{ である。}$$

- (2) 直線  $OE$  と辺  $AC$  の交点を  $F$  とする。

$\vec{OF}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表すと,

$$\vec{OF} = \boxed{2} \text{ である。}$$

- (3)  $|\vec{AE}| = \boxed{3}$  である。



1	(1)	1	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
		2	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
(2)	3	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩	
	4	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩	
(3)	5	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩	
	6	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●	

(4)	7	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩
	8	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
(5)	9	● ㊧ ㊨ ㊩ ㊦
	10	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩
(6)	11	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●
	12	㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ●

(7)	13	㊦ ㊧ ● ㊨ ㊩
	14	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
(8)	15	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩
	16	㊦ ● ㊧ ㊨ ㊩

64点

2 (1) 1  $\frac{1}{6}$

(2) 2  $\frac{2}{3}$

(3) 3  $\frac{3}{5}$

18点

3 はこの解答用紙の裏面に記せ。

3

(1)

1

$$\frac{5}{6}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$$

(2)

2

$$\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$$

(3)

3

$$\frac{2\sqrt{7}}{3}$$

18点