

2020（令和2）年度

1日[\*]

数 学

注 意

1. 監督者の指示があるまでは、問題を見ないこと。
2. 問題は声を出して読まないこと。
3. 問題は10ページ、**1**、**2**、**3**の3問からなる。このうち**1**はマーク方式の問題であり、解答用紙の所定欄に答えをマークすること。**2**は5個の解答箇所があり、解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。**3**は完全記述方式の問題であり、答えは解答用紙の所定箇所に記述すること。
4. 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがある。
5. 訂正箇所は、消しゴムで完全に消すこと。
6. 問題や解答用紙に落丁、乱丁、汚損あるいは印刷不鮮明の箇所などがあれば、手をあげて監督者に申し出ること。内容に関する質問は受けつけない。
7. 解答は必ず**鉛筆を使用し、解答用紙に記入すること**。定規、コンパスおよび電卓の類は使用しないこと。
8. 解答用紙は折ったり汚したりしないこと。

**1** 次の設問(1)～(8)までの空欄 **1** ～ **16** に適するものを，選択肢から1つずつ選びなさい。

(1) 不等式  $|x - 3| \leq 1$  の解は **1** であり，連立不等式

$$\begin{cases} |x - 3| \leq 1 \\ 3a - 1 < x \end{cases}$$

を満たす整数  $x$  がちょうど2個存在するような，定数  $a$  の値の範囲は

**2** である。

[ **1** に関する選択肢 ]

- ㉞  $x \leq -4, -2 \leq x$                       ㉠  $x \leq 2, 4 \leq x$   
㉟  $-4 \leq x \leq -2$                       ㉡  $2 \leq x \leq 4$   
㊦  $3 \leq x \leq 4$

[ **2** に関する選択肢 ]

- ㉞  $a < \frac{4}{3}$                       ㉠  $-1 < a \leq -\frac{2}{3}$                       ㉟  $-1 \leq a < -\frac{2}{3}$   
㉡  $1 < a \leq \frac{4}{3}$                       ㊦  $1 \leq a < \frac{4}{3}$

**1** つづき

(2) 次の表は、生徒 25 人に 10 点満点の小テストを行った結果である。

得点 (点)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数 (人)	2	1	4	2	2	1	$a$	2	3	$b$	2

この得点データの平均値が 5 点のとき、 $a$ 、 $b$  の値は **3** であり、  
四分位範囲は **4** 点である。

[ **3** に関する選択肢]

- Ⓐ  $a = 1, b = 4$       ㉠  $a = 1, b = 5$       ㉡  $a = 2, b = 3$   
Ⓔ  $a = 4, b = 2$       ㉢  $a = 5, b = 1$

[ **4** に関する選択肢]

- Ⓐ 5                      ㉠ 5.5                      ㉡ 6  
Ⓔ 6.5                    ㉢ 7

**1** つづき

(3) 等式  $xy + 6x - 12y = 0$  を満たす自然数  $x, y$  の組は **5** 組あり、そのうち、 $x$  と  $y$  が互いに素であるものは **6** 組ある。

[ **5** に関する選択肢]

- ア 5                      イ 7                      ウ 11  
エ 12                      オ 19

[ **6** に関する選択肢]

- ア 0                      イ 1                      ウ 2  
エ 3                      オ 4

**1** つづき

(4) 1, 1, 1, 2, 3, 4 の 6 個の数字を並べて 6 桁の自然数  $n$  をつくる時、  
 $n$  が奇数である確率は **7** であり、 $n$  が 320000 以上である確率は  
**8** である。

[ **7** に関する選択肢 ]

ア  $\frac{1}{2}$

イ  $\frac{1}{3}$

ウ  $\frac{2}{3}$

エ  $\frac{1}{4}$

オ  $\frac{3}{4}$

[ **8** に関する選択肢 ]

ア  $\frac{1}{15}$

イ  $\frac{1}{6}$

ウ  $\frac{1}{5}$

エ  $\frac{7}{30}$

オ  $\frac{1}{3}$

**1** つづき

(5) 円  $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$  の中心の座標と半径は **9** である。また、原点からこの円に引いた接線の方程式は **10** である。

[ **9** に関する選択肢]

- |                             |                  |
|-----------------------------|------------------|
| ㉗ 中心(1, -3), 半径 $\sqrt{2}$  | ㉙ 中心(1, -3), 半径2 |
| ㉘ 中心(-1, 3), 半径 $\sqrt{2}$  | ㉚ 中心(-1, 3), 半径2 |
| ㉜ 中心(2, -6), 半径 $2\sqrt{7}$ |                  |

[ **10** に関する選択肢]

- |                                   |                    |
|-----------------------------------|--------------------|
| ㉗ $y = 5x, y = -x$                | ㉙ $y = -5x, y = x$ |
| ㉘ $y = 7x, y = -x$                | ㉚ $y = 7x, y = x$  |
| ㉜ $y = -\sqrt{7}x, y = \sqrt{7}x$ |                    |

**1** つづき

(6)  $0 \leq x < 2\pi$  とする。

方程式  $\sin x + \sqrt{3} \cos x + 1 = 0$  の解は,  $x =$   である。

また, 方程式  $\sin x + \sqrt{3} \cos x + k = 0$  が異なる2つの解をもつような定数  $k$  の値の範囲は  である。

[  に関する選択肢]

- ㉞  $\frac{\pi}{6}, \frac{2}{3}\pi$       ㉟  $\frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$       ㊱  $\frac{7}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$   
㊲  $\frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$       ㊳  $\frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$

[  に関する選択肢]

- ㉞  $-1 < k < 1$       ㉟  $-1 \leq k \leq 1$       ㊱  $-2 < k < 2$   
㊲  $-2 \leq k \leq 2$       ㊳  $-\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1}{2}$

**1** つづき

(7) 関数  $f(x)$  が等式  $\int_0^x f(t) dt + \int_0^1 x^2 f(t) dt = x^2 + 3x + a$  を満たすとき、

定数  $a$  は  $a = \boxed{13}$  ,  $f(x) = \boxed{14}$  である。

[  $\boxed{13}$  に関する選択肢 ]

- Ⓐ 0                      ① 1                      ㊦ 3  
Ⓔ 5                      ㊧ 6

[  $\boxed{14}$  に関する選択肢 ]

- Ⓐ  $2x + 3$               ①  $4x + 3$               ㊦  $-2x + 3$   
Ⓔ  $-4x + 3$             ㊧  $3x^2 + 2x + 3$



**1** つづき

(8)  $\vec{a} = (2, 3, 1)$ ,  $\vec{b} = (0, -1, 1)$  と実数  $t$  に対して,  $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{b}$  とする。このとき,  $|\vec{p}|$  は  $t =$   で最小値  をとる。

[  に関する選択肢]

Ⓐ  $-2$

Ⓘ  $-1$

Ⓤ  $0$

Ⓔ  $1$

Ⓧ  $2$

[  に関する選択肢]

Ⓐ  $2\sqrt{3}$

Ⓘ  $\sqrt{6}$

Ⓤ  $\sqrt{13}$

Ⓔ  $12$

Ⓧ  $13$

**2** 次の設問(1)～(4)までの空欄を、あてはまる数値や記号で埋めなさい。空欄は全部で5箇所である。根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。また、解答が分数になる場合は、既約分数で答えよ。

平行四辺形ABCDにおいて、 $AB = 2$ 、 $AD = 4$ 、 $\cos \angle ABC = \frac{3}{4}$  とし、対角線の交点をEとする。

(1)  $AC = \boxed{1}$  である。

(2) 平行四辺形ABCDの面積は  $\boxed{2}$  である。

(3)  $\cos \angle DAB = \boxed{3}$  であり、 $BE = \boxed{4}$  である。

(4)  $\triangle ABC$  の外接円と直線BDの交点のうちBと異なる方をFとすると、四角形ABCFの面積は  $\boxed{5}$  である。

**3** 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が,

$$S_n = 2a_n - 3n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と表されるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 初項  $a_1$  を求めよ。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

1	(1)	1	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
		2	㊦ ㊧ ㊨ ㊪ ●
(2)	3	㊦ ㊧ ㊨ ㊪ ●	
	4	㊦ ● ㊨ ㊪ ㊫	
(3)	5	㊦ ● ㊨ ㊪ ㊫	
	6	㊦ ㊧ ● ㊪ ㊫	

(4)	7	㊦ ㊧ ● ㊪ ㊫
	8	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
(5)	9	㊦ ㊧ ● ㊪ ㊫
	10	㊦ ㊧ ㊨ ㊪ ㊫
(6)	11	㊦ ● ㊨ ㊪ ㊫
	12	㊦ ㊧ ● ㊪ ㊫

(7)	13	● ㊧ ㊨ ㊪ ㊫
	14	㊦ ㊧ ● ㊪ ㊫
(8)	15	㊦ ㊧ ㊨ ● ㊩
	16	● ㊧ ㊨ ㊪ ㊫

64点

2 (1) 1  
 $2\sqrt{2}$

(2) 2  
 $2\sqrt{7}$

(3) 3  
 $-\frac{3}{4}$  4  
 $2\sqrt{2}$

(4) 5  
 $\frac{5\sqrt{7}}{4}$

18点

3 では答えだけでなく、考え方や式とその計算も簡単に記せ。なお、3 はこの解答用紙の裏面に記せ。

3 (1)  $S_1 = 2a_1 - 3$  であり  $S_1 = a_1$  より

$$a_1 = 2a_1 - 3$$

$$a_1 = 3$$

$$\underline{\text{(答) } a_1 = 3}$$

(2)  $n$  項までの和  $S_n = 2a_n - 3n$

$n + 1$  項までの和  $S_{n+1} = 2a_{n+1} - 3(n + 1)$  の差をとると,

$$S_{n+1} - S_n = 2a_{n+1} - 3(n + 1) - (2a_n - 3n)$$

$$S_{n+1} - S_n = 2a_{n+1} - 2a_n - 3$$

ここで  $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$  より

$$a_{n+1} = 2a_{n+1} - 2a_n - 3$$

$$a_{n+1} = 2a_n + 3$$

これを变形すると

$$a_{n+1} + 3 = 2(a_n + 3)$$

したがって数列  $\{a_n + 3\}$  は初項  $a_1 + 3 = 3 + 3 = 6$  で,

公比が 2 の等比数列であるので,

$$a_n + 3 = 6 \times 2^{n-1}$$

$$a_n = 3 \cdot 2^n - 3$$

$$\underline{\text{(答) } a_n = 3 \cdot 2^n - 3}$$