2020（令和２）年度

２日［＊＊］

数　　学

注　　意

1．監督者の指示があるまでは，問題を見ないこと。

2．問題は声を出して読まないこと。

3．問題は 10 ページ，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の３問からなる。このうち $\boxed{1}$ はマーク方式の問題であり，解答用紙の所定欄に答えをマークすること。$\boxed{2}$ は３個の解答箇所があり，解答用紙の所定欄に答えだけを記入すること。$\boxed{3}$ は完全記述方式の問題であり，答案は解答用紙の所定箇所に記述すること。

4．解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがある。

5．訂正箇所は，消しゴムで完全に消すこと。

6．問題や解答用紙に落丁，乱丁，汚損あるいは印刷不鮮明の箇所などがあれば，手をあげて監督者に申し出ること。内容に関する質問は受けつけない。

7．解答は必ず**鉛筆を使用し，解答用紙に記入すること**。定規，コンパスおよび電卓の類は使用しないこと。

8．解答用紙は折ったり汚したりしないこと。

1　次の設問(1)～(8)までの空欄 $\boxed{\ 1\ }$ ～ $\boxed{\ 16\ }$ に適するものを，選択肢から１つずつ選びなさい。なお，(6)の $\boxed{\ 11\ }$ は既出の $\boxed{\ 11\ }$ を表す。

(1) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{\ 1\ }$ となる。

また，$\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ を計算すると $\boxed{\ 2\ }$ となる。

〔 $\boxed{\ 1\ }$ に関する選択肢〕

㋐ $\dfrac{3-2\sqrt{10}}{3}$　㋑ $\dfrac{7-2\sqrt{10}}{3}$　㋒ $\dfrac{7-\sqrt{10}}{3}$

㋓ $\dfrac{3-2\sqrt{10}}{7}$　㋔ $\dfrac{7-2\sqrt{10}}{7}$

〔 $\boxed{\ 2\ }$ に関する選択肢〕

㋐ $\dfrac{6}{7}$　㋑ 2　㋒ $\dfrac{14}{3}$

㋓ $-\dfrac{4\sqrt{10}}{7}$　㋔ $-\dfrac{4\sqrt{10}}{3}$

$\boxed{1}$ つづき

（2） 2次関数 $y = x^2 + 2(k-1)x - 2k + 5$ において，y の値が常に正となるような定数 k の値の範囲は $\boxed{\quad 3 \quad}$ である。

また，$-2 \leqq x \leqq 0$ の範囲で y の値が常に負となるような定数 k の値の範囲は $\boxed{\quad 4 \quad}$ である。

〔 $\boxed{\quad 3 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ $-2 < k < 2$

㋑ $k < -2,\ 2 < k$

㋒ $-2-\sqrt{10} < k < -2+\sqrt{10}$

㋓ $k < -2-\sqrt{10},\ -2+\sqrt{10} < k$

㋔ $k < \dfrac{5}{2}$

〔 $\boxed{\quad 4 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ $k < \dfrac{13}{6}$　　㋑ $k > \dfrac{13}{6}$　　㋒ $k < \dfrac{5}{2}$

㋓ $k > \dfrac{5}{2}$　　㋔ $\dfrac{13}{6} < k < \dfrac{5}{2}$

$\boxed{1}$ つづき

（3） 1000 の正の約数は，全部で $\boxed{\quad 5 \quad}$ 個あり，その総和は $\boxed{\quad 6 \quad}$ である。

〔 $\boxed{\quad 5 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ 6　　㋑ 8　　㋒ 9

㋓ 16　　㋔ 32

〔 $\boxed{\quad 6 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ 2028　　㋑ 2170　　㋒ 2184

㋓ 2325　　㋔ 2340

$\boxed{1}$ つづき

（4） $\angle A = 90^\circ$ である直角三角形ＡＢＣの外接円の半径が 10，内接円の半径が 4 であるとき，辺ＡＢの長さを x，辺ＡＣの長さを y とすると，

$x + y = \boxed{\quad 7 \quad}$ である。

さらに，$x > y$ とすると，$x = \boxed{\quad 8 \quad}$ である。

〔 $\boxed{\quad 7 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ 18　　㋑ 20　　㋒ 24

㋓ 28　　㋔ 32

〔 $\boxed{\quad 8 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ 15　　㋑ 16　　㋒ 17

㋓ 18　　㋔ 19

1 つづき

(5) 座標平面上に2点A(3，2)，B(−1，−2)があり，点Pが放物線 $y = x^2 + 5x + 6$ 上を動くとする。△PABの面積は，点Pの座標が $\boxed{9}$ のとき，最小値 $\boxed{10}$ をとる。

〔 $\boxed{9}$ に関する選択肢〕

㋐ (2，20)　　㋑ (−3，0)　　㋒ (−2，0)

㋓ $\left(\frac{5}{2},\ \frac{99}{4}\right)$　　㋔ $\left(-\frac{5}{2},\ -\frac{1}{4}\right)$

〔 $\boxed{10}$ に関する選択肢〕

㋐ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　㋑ 6　　㋒ 12

㋓ 14　　㋔ 22

$\boxed{1}$ つづき

（6） 関数 $f(x) = 4^x - 2^{x+3} + 3$ の最小値は $\boxed{\quad 11 \quad}$ である。また，$f(x)$ の $a \leqq x \leqq a + 4$ における最小値が $\boxed{\quad 11 \quad}$ となるような定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad 12 \quad}$ である。

〔 $\boxed{\quad 11 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ -13　㋑ -9　㋒ -6

㋓ -4　㋔ 3

〔 $\boxed{\quad 12 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ $a \leqq -4,\ 4 \leqq a$　㋑ $a \leqq -2,\ 2 \leqq a$　㋒ $a \leqq 0,\ 4 \leqq a$

㋓ $-2 \leqq a \leqq 2$　㋔ $0 \leqq a \leqq 4$

1 つづき

（7） 数列 $\{a_n\}$ があり，$a_1 = a$，$a_2 = 18 - a$ である。また，$\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると，$\{b_n\}$ は初項 12，公差 8 の等差数列である。このとき，$\{a_n\}$ の一般項 a_n は，$a_n =$ $\boxed{\;13\;}$ である。また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k} =$ $\boxed{\;14\;}$ である。

〔 $\boxed{\;13\;}$ に関する選択肢〕

㋐ $4n^2 - 1$　㋑ $4n^2 + 4n - 5$　㋒ $4n^2 + 8n + 3$

㋓ $8n^2 - 12n + 7$　㋔ $8n^2 - 4n - 1$

〔 $\boxed{\;14\;}$ に関する選択肢〕

㋐ $\dfrac{n}{n+2}$　㋑ $\dfrac{n}{n+3}$　㋒ $\dfrac{n}{2n+1}$

㋓ $\dfrac{n}{4n+4}$　㋔ $\dfrac{n}{6n+9}$

$\boxed{1}$ つづき

（8） △ABCにおいて，辺ABを 3：1 に内分する点をP，辺ACを 1：2 に内分する点をQとし，線分BQと線分CPの交点をRとすると，$\overrightarrow{AR}$は$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$を用いて $\boxed{\quad 15 \quad}$ と表せる。また，直線ARと辺BCの交点をSとすると，BS：SC = $\boxed{\quad 16 \quad}$ である。

〔 $\boxed{\quad 15 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ $\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{9}\overrightarrow{AC}$　㋑ $\dfrac{1}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{7}\overrightarrow{AC}$　㋒ $\dfrac{9}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{7}\overrightarrow{AC}$

㋓ $\dfrac{8}{9}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{9}\overrightarrow{AC}$　㋔ $\dfrac{1}{12}\overrightarrow{AB}+\dfrac{8}{9}\overrightarrow{AC}$

〔 $\boxed{\quad 16 \quad}$ に関する選択肢〕

㋐ 1：3　㋑ 1：6　㋒ 1：8

㋓ 2：7　㋔ 3：1

2 次の設問(1)～(3)までの空欄を，あてはまる数値で埋めなさい。空欄は全部で３箇所ある。解答が分数になる場合は，既約分数で答えよ。

Ａ，Ｂ，Ｃの３人でゲームをする。１回のゲームの勝者は１人とし，１回のゲームでＡが勝つ確率は $\frac{1}{6}$，Ｂが勝つ確率は $\frac{1}{3}$，Ｃが勝つ確率は $\frac{1}{2}$ とする。先に２回勝った人が優勝とする。

(1)　２回目のゲームで優勝者が決まる確率は $\boxed{\quad 1 \quad}$ である。

(2)　４回目のゲームでＡが優勝する確率は $\boxed{\quad 2 \quad}$ である。

(3)　Ａが優勝する確率は $\boxed{\quad 3 \quad}$ である。

3 放物線 $y = -x^2 + 6x$ と x 軸で囲まれた図形を S とする。原点Oを通る直線 l があり，直線 l が図形 S を２つに分けるとき，図形 S のうち，l より上側の部分の面積を S_1，l より下側の部分の面積 S_2 とすると，$S_2 - S_1 = 27$ である。

（１） 図形 S の面積を求めよ。

（２） 直線 l の方程式を求めよ。

数学解答用紙　　　　2日［＊＊］

1

（1）	1	㋐ ● ㋒ ㋓ ㋔
	2	㋐ ㋑ ● ㋓ ㋔
（2）	3	● ㋑ ㋒ ㋓ ㋔
	4	㋐ ㋑ ㋒ ● ㋔
（3）	5	㋐ ㋑ ㋒ ● ㋔
	6	㋐ ㋑ ㋒ ㋓ ●

（4）	7	㋐ ㋑ ㋒ ● ㋔
	8	㋐ ● ㋒ ㋓ ㋔
（5）	9	㋐ ㋑ ● ㋓ ㋔
	10	㋐ ● ㋒ ㋓ ㋔
（6）	11	● ㋑ ㋒ ㋓ ㋔
	12	㋐ ㋑ ㋒ ● ㋔

（7）	13	● ㋑ ㋒ ㋓ ㋔
	14	㋐ ㋑ ● ㋓ ㋔
（8）	15	● ㋑ ㋒ ㋓ ㋔
	16	㋐ ● ㋒ ㋓ ㋔

64点

2

（1）
1
$$\frac{7}{18}$$

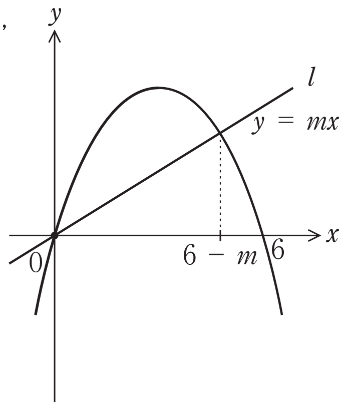
（2）
2
$$\frac{1}{36}$$

（3）
3
$$\frac{11}{108}$$

18点

3 では答えだけでなく、考え方や式とその計算も簡単に記せ。なお、**3** はこの解答用紙の裏面に記せ。

3 (1) 放物線 $y = -x^2 + 6x$ と x 軸との交点の x 座標は,



$$-x^2 + 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0,\ 6$$

よって求める面積は

$$\int_0^6 (-x^2 + 6x)\,dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 \right]_0^6 = 36$$

(答) $S = 36$

(2) 直線 l の傾きを m とすると l の方程式は $y = mx$

放物線 $y = -x^2 + 6x$ と $y = mx$ との交点の x 座標は,

$$-x^2 + 6x = mx$$

$$x(x + m - 6) = 0 \text{ より } x = 0,\ 6 - m$$

直線 l は S を2つに分けるから, $0 < 6 - m < 6$

また面積 S_1 は, $0 \leqq x \leqq 6 - m$ において $-x^2 + 6x \geqq mx$ であるから,

$$S_1 = \int_0^{6-m} \{(-x^2 + 6x) - mx\}\,dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{6 - m}{2}x^2 \right]_0^{6-m}$$

$$= \frac{1}{6}(6 - m)^3$$

したがって $S_2 = 36 - S_1 = 36 - \frac{1}{6}(6 - m)^3$ であり

$S_2 - S_1 = 27$ より

$$36 - \frac{1}{3}(6 - m)^3 = 27$$

$$(6 - m)^3 = 27$$

$0 < 6 - m < 6$ より

$$6 - m = 3$$

$$m = 3$$

よって求める直線の方程式は $y = 3x$

(答) $y = 3x$

18点